**4**

**2018** Week 14 / 271-94

April / Avril ( أبريل )

الأربعاء

Wednesday
Mercredi

4

١٨ رجب ١٤٣٩ هـ

18 Rajab 1439

① 

8ᵒᵒ المحاضرة الشاشة - / الأربعاء 2018/5/2

8.00

تدرس P 300

نريد حل المعادلة الحرارية لقضيب (0, ℓ) الذي بداية درجة حرارته φ(x), 9ᵒᵒ و أطرافه بدرجة حرارة ثابتة $u_0$, $u_1$ على الترتيب (0, ℓ), $u_1$, $u_0$

$$u_t = a^2 u_{xx} \quad\text{----(1)}$$

$$u(x,0) = φ(x) \quad\text{----(2)}, \qquad u(0,t) = u_0, \quad u(ℓ,t) = u_1 \quad\text{----(3)}$$

نفرض أن $u(x,t) = U(x,t) + v(x,t)$

$$U(x,t) = μ_1(t) + \frac{x}{ℓ}(μ_2(t) - μ_1(t))$$

$$U(x,t) = u_0 + \frac{x}{ℓ}(u_1 - u_2)$$

$$u(x,t) = u_0 + \frac{x}{ℓ}(u_1 - u_2) + v(x,t) \quad\text{----(4)}$$

نشتقها مرة واحدة بالنسبة لـ $t$

ومرتين بالنسبة لـ $x$

$$u_t = v_t, \qquad u_x = \frac{1}{ℓ}(u_1 - u_0) + v_x, \qquad u_{xx} = v_{xx}$$

نعوض بالمعادلة ...

$$v_t = a^2 v_{xx} \quad\text{----(5)}$$

والدالة الجديدة $v$ هي حل النصف لشرطي

من 2 و 4 )

$$φ(x) = u_0 + \frac{x}{ℓ}(u_1 - u_0) + v(x,0) \Rightarrow$$

$$v(x,0) = φ(x) - u_0 - \frac{x}{ℓ}(u_1 - u_0) = \barφ(x) \quad\text{----(6)}$$

4

2018 Week 14 / 270-95 ②

April / Avril ( أبريل ) فيفري

الخَمِيس 5
Thursday
Jeudi

١٩ رجب ١٤٣٩ هـ

19 Rajab 1439

وللمعادلة مع شروط الحدود الجانبية القمرية

$$u_x(0,t) = 0 \quad , \quad u(\ell, t) = 0 \quad\_\_\_ (7)$$

من (5) ، (6) ، (7)

أي المعادلة مكانية وشروط الحدة مفترضة

فإذا بقي بالحل :

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left(\frac{n\pi a}{\ell}\right)^2 t} \, c_n \sin \frac{n\lambda}{\ell} x$$

$$c_n = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} \overline{\varphi}(\xi) \cdot \sin \frac{n\pi}{\ell}(\xi)\,1\, d\xi$$

$$c_n = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} \left[ \varphi(\xi) - u_0 - \frac{\xi}{\ell}(u_1 - u_0) \right] \cdot \sin \frac{n\pi}{\ell} \xi \, d\xi$$

✳ دراسة التوصيل الحراري على مستقيم اللانهائي ( مسألة كوشي )

٢ معادلة التوصيل الحراري القياسي :

بفرض المادة !

أول طلب للمعادلة

والتي تحقق معادلة التوصيل الحراري

$$u(x,t) \quad , \quad -\infty < x < +\infty$$

$$t \geqslant 0$$

$$u_t = a^2 u_{xx} \quad , \quad \alpha x < +\infty \quad , \quad t > 0 \quad \_\_ (1)$$

الشرط الابتدائي :

$$u(x,0) = \varphi(x) \quad , \quad -\infty < x < +\infty \quad \_\_\_ (2)$$

4

2018 *Week 14 / 269-96*

April / Avril ( أبريل )

الجُمعة
**Friday
Vendredi**

6

٢٠ رجب ١٤٣٩ هـ

**20 Rajab 1439**

7.00

اكل :

سنفرض أن لها حلاً في المتغيرين + و على الحلول النافذة «

8.00

م الشكل التالي :

$$u(x,t) = X(x) \cdot T(t) \quad \text{---} \quad (3)$$

9.00

بستمر المشتقة الأولى من الدالة في t

مشتق الدالة في x

10.00

دوالف ا الحلول على

11.00

$$u_t = X \cdot T' \quad , \quad u_x = X' \cdot T \quad , \quad u_{xx} = X'' \cdot T$$

12.00

$$X \cdot T' = a^2 X'' \cdot T \qquad \qquad \text{نقسم على } X \cdot a^2 \cdot T$$

13.00

$$\frac{X''}{X} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{T'}{T} = -\lambda^2$$

14.00

علماً أن $-\lambda^2$ بارامتر اختير ليعطي حلاً

15.00

ن العلاقة السابقة نحصل على المعادلتين

$$X'' + \lambda^2 \cdot X = 0 \quad \text{---} \quad (4)$$

16.00

$$T' + a^2 \lambda^2 \, T = 0 \quad \text{---} \quad (5)$$

17.00

كل الحلول سمي الحل للمعادلة (3) و العودة للحل الكامل

حل المعادلة ، (4) نأخذ من المعادلة المميزة

18.00

(4) :

$$P^2 + \lambda^2 = 0 \Rightarrow P^2 = \lambda^2 \cdot i^2 \Rightarrow P = \mp \lambda i$$

19.00

$$X(x) = A \cos \lambda(x) + \beta \sin \lambda(x)$$

20.00

أو

$$X_\lambda(x) = A_\lambda \cos(\lambda x) + \beta_\lambda \sin(\lambda x)$$

و A , B ثابتان اختياريتان .

April
2018
S M T W T F S S M T W T F S S M T W T F S S M T W T F S S M
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
269-96
Week 14

April / Avril ( أبريل )

السَّبْت  7
Saturday
Samedi

2018  Week 14 / 268-97

٢١ رجب ١٤٣٩ هـ

21 Rajab 1439

(5): $\dfrac{dT}{T} = -a^2 \lambda^2 \, dt$

$\ln \dfrac{T}{c} = -a^2 \lambda^2 t \Rightarrow T = c \cdot e^{-a^2\lambda^2 t} \longrightarrow$ بفرض ( $c=1$ )

$\Rightarrow T_\lambda = e^{-a^2\lambda^2 t}$

ساب الحل العام ( ٤) حكذلك ←

$u_\lambda(x,t) = e^{-a^2\lambda^2 t}\left[A(\lambda).\cos\lambda x + B(\lambda).\sin\lambda x\right] \quad \_\_(6)$

حيث أن $A$ ، $B$ ثوابت تعتمد على $\lambda$

القطاعات بالنسبة الى ... حيث نأخذ تكامل بالنسبة لـ $\lambda$

$u(x,t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-a^2\lambda^2 t}\left[A(\lambda).\cos\lambda x + B(\lambda)\sin\lambda x\right]\, d\lambda \_\_(7)$

دلالة نفرض أن التكامل هذا متقارب

يمكننا أيضاً أن نعتبر الدالة بدلالة $T$ و $x$ لكن الأشكال ... (7)
الحل العام ...

الشرط الحدي

ثابت $A(\lambda)$ ، $B(\lambda)$ عند الشرط الحدي (7) نعوض
... عند $t = 0$ نعوض (7)

$u(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\left[A(\lambda)\cos\lambda x + B(\lambda)\sin\lambda x\right]\, d\lambda \_\_(8)$

نعيد كتابة التكامل في الطرف الأيمن للمسألة 8 و نكامل موزونة الدالة $\varphi(\xi)$ فنضع

8.00 $A(\lambda) = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi) \cos(\lambda \xi) \, d\xi$

9.00

$B(\lambda) = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi) \sin(\lambda \xi) \, d\xi$

10.00

نجد $A(\lambda)$ و $B(\lambda)$ ب و الدالة في (7) وبعض ترتيب العلاقة

فنضع

12.00 $u(x,t) = \dfrac{1}{\pi} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi) \, d\xi \cdot \displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-a^2 \lambda^2 t} \cdot \cos\lambda(\xi-x) \, d\lambda$

وهي حل المسألة التكاملية حيث $\lambda$ و $t$ تتغير كلها ــــ (9)

14.00 حساب التكامل الداخلي كدرب الطويل :

15.00 $a\lambda\sqrt{t} = \mathcal{z}$ ; $\lambda(\xi-x) = \mu \cdot \mathcal{z}$

16.00 $\lambda = 0 \Rightarrow \mathcal{z} = 0$

$\lambda = \infty \Rightarrow \mathcal{z} = \infty$ , $d\lambda = \dfrac{d\mathcal{z}}{a\sqrt{t}}$

17.00

18.00 $\displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-a^2 \lambda^2 t} \cdot \cos\lambda(\xi-x) \, d\lambda = \dfrac{1}{a\sqrt{t}} \displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-\mathcal{z}^2} \cos\mu\mathcal{z} \, d\mathcal{z}$

19.00 $= \dfrac{1}{a\sqrt{t}} J(\mu)$

20.00 حيث أننا عرّفنا $J(\mu)$ :

$J(\mu) = \displaystyle\int_{0}^{\infty} e^{-\mathcal{z}^2} \cos(\mu\mathcal{z}) \, d\mathcal{z}$ ــــ ★

4

2018  Week 15 / 266-99

April / Avril ( أبريل )

⑥

الاثنين  9
Monday
Lundi

٢٣ رجب ١٤٣٩ هـ

23 Rajab 1439

مشتق المادة القانونية لإشتقاق M لقياس (تحت علامة التكامل)

$$\Rightarrow \bar{J}'(\mu) = \int_0^\infty -z e^{-z^2} \cdot \sin \mu z \cdot dz$$

نتكامل الجزء بشأن بالتجزئة

$$dv = -z \cdot e^{-z^2} \cdot dz$$

$$v = \frac{1}{2} e^{-z^2} \qquad , \quad u = \sin \mu z \Rightarrow du = \mu \cos \mu z \, dz$$

$$\Rightarrow \bar{J}'(\mu) = \left. -z e^{-z^2} \sin \mu z \right|_0^\infty - \frac{\mu}{2} \int_0^\infty e^{-z^2} \cos \mu z \cdot dz$$

$$\underset{0}{\overset{\parallel}{}}$$

$$\bar{J}'(\mu) = -\frac{\mu}{2} \bar{J}(\mu)$$

وهي معادلة تفاضلية وذات المطلوب نحلها بفصل المتغيرات

$$\frac{d\bar{J}}{\bar{J}} = -\frac{\mu}{2} d\mu \Rightarrow \ln \frac{\bar{J}}{c} = -\frac{\mu^2}{4}$$

$$\Rightarrow \bar{J}(\mu) = c \cdot e^{-\frac{\mu^2}{4}}$$

★ نجد C بتعويض ... المبدئية

$$\bar{J}(0) = \int_0^\infty e^{-z^2} \, dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\mu = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{\pi}}{2} = C \cdot (1) \Rightarrow \bar{J}(\mu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot e^{-\frac{\mu^2}{4}}$$

$$= إلى المطلوب إثباته$$

٢٤ رجب ١٤٣٩ هـ

أ. رحب الخلاف مارله ثم استنتج الحل الأساسي لمعادله لنرهيل جراري

**7.00**

$$\frac{1}{a\sqrt{t}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot e^{-\frac{M^2}{4}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}}$$

**8.00**

وبالتالي يصبح الحل الأساسي الشكل

**9.00**

$$\left[ u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}} \cdot \varphi(x) \cdot \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}} \right]$$

**10.00**

$\varphi, a$ الثابتة لمكنت يعطى بدلالة

**11.00**

وذلك على كتابة بالشكل الآتي :

$$u(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(x,\xi,t) \cdot \varphi(\xi) \, d\xi$$

**12.00**

$$G(x,\xi,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\,a\sqrt{t}} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2t}}$$

**13.00**

**14.00**

تسمى بالكرنل أو دالة الخضراء لمعادلة انتشار الحرارة في ساق ولا نهائية تطور المصدر النقطي

**15.00**

**16.00**

بولتزمان السوبر الأول كما في $t$ و $t - t_0$   مقطع ص ـ315

$t = 0$    $t_0 = t$

**17.00**

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2(t-t_0)}} \varphi(\xi) \cdot \frac{d\xi}{2a\sqrt{t-t_0}}$$

**18.00**

**19.00**

**20.00**

April
2018
S M T W T F S S M T W T F S S M T W T F S S M T W T F S S M
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30
265-100
Week 15

4

2018   Week 15 / 264-101    ⑧

April / Avril ( أبريل ) نيسان

الأَرْبِعَاء **11**
Wednesday
Mercredi

٢٥ رجب ١٤٣٩ هـ

25 Rajab 1439

المسألة الثامنة

معادلة التوصيل الحراري غير المتجانسة :
تسمى المسألة

عند الدالة الحدودية $u(x,t)$ الثقافية $-\infty < x < +\infty$ , $t > 0$

والتي تحقق معادلة التوصيل الحراري غير المتجانسة

$$u_t = a^2 u_{xx} + f(x,t) \quad ; \quad -\infty < x < +\infty \quad , \quad t > 0 \quad (1)$$

والشرط الابتدائي

$$u(x,0) = \varphi(x) \quad -\infty < x < +\infty \quad -- (2)$$

وطريقة الحل في المسألة الحالية

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 t}} \varphi(\xi) \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}} +$$

الحل العام المعني

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2(t-\tau)}} f(\xi,\tau) \frac{d\xi \, d\tau}{2a\sqrt{t-\tau}}$$

انتشار الحرارة على ساق نصف لا نهائي : ∂بفرض بيمين∂

المعطى : اذا كانت الدالة $\varphi(\xi)$ محدودة ودالة فردية $\varphi(\xi) = -\varphi(-\xi)$

عندئذ أثبت أن حل معادلة التوصيل الحراري المتجانسة يؤول الى

الصفر عندها $x = 0$ أي أثبت أن

$$u(0,t) = 0$$

الحل :

**4**

**2018** Week 15/ 263-102

( أبريل ) April / Avril

الخَميس
Thursday
Jeudi

**12**

26 Rajab 1439 ليلة الإسراء والمعراج ٢٦ رجب ١٤٣٩هـ

تكامل المصدر يقع على ساحل $\gamma = 0$

لنا حل المعادلة

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 t}} \varphi(\xi) \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}}$$

$$u(0,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\xi^2}{4a^2 t}} \varphi(\xi) \cdot \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}}$$

بما أن الدالة الكاملة هي جداء دالتين مردا ... فرضية
... الشرط لحل الحرارية، فالكامل

$$u(0,t) = 0$$

**[3] الفرضية الثالثة**

اذا كانت الدالة $\varphi(x) = \varphi(x)$ حدودها دالة زوجية
أثبت أن مشتق الدالة $u(x,t)$ ( ... يكون عند حل
معادلة, لتوصيل الحراري المقارن ( ... كمة تكون
كون ... وأ الصفر أي $x = 0$

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0$$

**الحل**

... معادلة لتوصيل الحراري يعطي الشكل السوبر استثنائي

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} -2(\xi-x) \cdot e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 t}} \varphi(\xi) \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}}$$

$$\frac{\partial (0,t)}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \xi \cdot e^{-\frac{\xi^2}{4a^2 t}} \varphi(\xi) \frac{d\xi}{a\sqrt{t}}$$

بما أن الدالة الكاملة فردية ... جداء ... دالتين ... عليه x فرد ...
تكاملها ... إلى ... إلى الصفر

$$\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = 0$$

4

2018  Week 15 / 262-103  ⑩

نيسان ( أبريل )
*April / Avril*

الجُمعة  **13**
Friday
Vendredi

٢٧ رجب ١٤٣٩ هـ

27 Rajab 1459

$$\left( \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi} \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi} \right.$$

أفضل: 359

$$u_t = u_{xx} \qquad (1)$$

$$u(x,0) = x \cdot e^{-x^2} \qquad (2)$$

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 t}} \, u(\xi) \, \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}}$$

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4t}} \, \xi \cdot e^{-\xi^2} \, \frac{d\xi}{2\sqrt{t}} \qquad a=1 \qquad (3)$$

$$e^{-\xi^2} \cdot e^{-\frac{(\xi-x)^2}{\pi}} = ? \qquad ; \qquad -\xi^2 - \frac{(\xi-x)^2}{4t} = ?$$

$$-\frac{(\xi-x)^2}{4t} = -\left[ \frac{(\xi-x)^2 + 4t\xi^2}{4t} \right]$$

$$-\left[ \frac{\xi^2 - 2\xi x + x^2 + 4t\xi^2}{4t} \right] = -\left[ \frac{(1+4t)\xi^2 - 2x\cdot\xi + x^2}{4t} \right]$$

$$= -\left[ \frac{(1+4t)^2 \xi^2 - 2x(1+4t)\cdot\xi + (1+4t)x^2}{4t(1+4t)} \right]$$

$$= -\left[ \frac{((1+4t)\xi - x)^2 - x^2 + (1+4t)\cdot x^2}{(1+4t)4t} \right]$$

$$= \frac{-((1+4t)\xi - x)^2}{4t(1+4t)} - \frac{x^2}{1+4t}$$

نع المعادلة (3) نأخذ لكل ...

$$u(x,t) = \frac{e^{-\frac{x^2}{1+4t}}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} q \cdot e^{-\left[\frac{\sqrt{1+4t} \cdot \xi - x}{4t(1+4t)}\right]^2} \frac{d\xi}{2\sqrt{t}}$$

$$\frac{(1+4t)-x}{2\sqrt{t} \cdot \sqrt{1+4t}} = \xi \implies \xi = \frac{\mu_3 + x}{1+4t}$$

$$\frac{d\xi}{2\sqrt{t}} = \frac{\sqrt{1+4t}}{1+4t} d\xi$$

$$\implies u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{1+4t}} \cdot \frac{\sqrt{1+4t}}{(1+4t)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu\xi+x) e^{-\xi^2} d\xi$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{1+4t}} \frac{\sqrt{1+4t}}{(1+4t)^2} \left[ \mu \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \xi e^{-\xi^2} d\xi}_{=0} + x \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi}_{\sqrt{\pi}} \right]$$

$0 = ملاحظة \leftarrow$ (دالة فردية وحدود $x$ دالة فردية) الفردية

$\sqrt{\pi} = $ قيمة التكامل الثاني

$$u(x,t) = x \cdot e^{-\frac{x^2}{e^{1+4t}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+4t}(1+4t)}$$

$$\implies u(x,t) = x \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{1+4t}}}{(1+4t)^{\frac{3}{2}}}$$

... $u(x,t)$ ...

4
2018
Week 15 / 260-105
April / Avril
١٥
الأحـد
Sunday
Dimanche
٢٩ رجب ١٤٣٩ هـ
29 Rajab 1439

⑫

بسم الله الرحمن و 33

★ حل المعادلات التفاضلية الجزئية خاصة عندما نكون الأمثال الثابتة في هذا الشكل الذي

$$u_t = a^2 u_{xx} + b u_x + cu + f(x,t) \quad —(1)$$

حيث $a^2$ أمثال الـ $u_{xx}$ ، $b$ أمثال الـ $u_x$ ، $c$ أمثال الـ $u$

طرق المعادلة (التكيفية أو التفاضلية) كل المعادلة

$$u = e^{(c - \frac{b^2}{4a^2})t - \frac{b}{2a^2}x} \cdot v(x,t) \quad —(2)$$

نشتق نطرح المعادلة المعطاة:

$$\left[ v_t = a^2 v_{xx} + e^{(\frac{b^2}{4a^2}-c)t + \frac{b}{2a^2}x} \cdot f(x,t) \right]$$

360,5 أوجد حل المعادلة

$$u_t = u_{xx} + 3t^2 \quad —(1)$$

$$u(x,0) = \sin x \quad —(2)$$

**4**

**2018** *Week 15 / 259-106*

April / Avril ( أبريل )

الإثنين
Monday
Lundi **16**

30 Rajab 1439

هـ ١٤٣٩ رجب ٣٠

⑬

مستعملين الأوساط في حل المسألة

$$u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2 t}} \, \varphi(\xi) \frac{d\xi}{2a\sqrt{t}} + $$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4a^2(t-\tau)}} \cdot f(\xi,\tau) \, d\tau \frac{d\xi}{2a\sqrt{t-\tau}}$$

$$\Rightarrow u(x,t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4(t-\tau)}} \sin\xi \frac{d\xi}{2\sqrt{t}} + $$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{t} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4(t-\tau)}} \cdot 3\tau^2 \, d\tau \frac{d\xi}{2\sqrt{t-\tau}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi}} I_1 + \frac{1}{\sqrt{\pi}} I_2$$

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4t}} \cdot \sin\xi \frac{d\xi}{2\sqrt{t}}$$

$$\frac{\xi-x}{2\sqrt{t}} = 3 \Rightarrow \frac{d\xi}{2\sqrt{t}} = d3$$

$$\Rightarrow \xi = \mu 3 + x \quad ,(\mu = 2\sqrt{t})$$

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-3^2} \sin(\mu 3 + x) \, d3$$

**4**

**2018** *Week 15 / 258-107*

*April / Avril (أبريل) نيسان*

الثُّلاثاء **17**
Tuesday
Mardi

١ شعبان ١٤٣٩ هـ

١٤

$$I_1 = \cos x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3} \sin \mu 3 \, d3 + \sin x \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3} \cos \mu 3 \, d3$$

$$\|$$
$$0$$

$$\Rightarrow I_1 = 2 \sin x \int_0^{\infty} e^{-3^2} \cos \mu 3 \, d3 \qquad \text{متغير هو}$$
$$\text{نشتق بالنسبة } \mu$$

$$\Rightarrow J(\mu) = \int_0^{\infty} e^{-3^2} \cos \mu 3 \, d3 \quad , \quad J(0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$J'(\mu) = \int_0^{\infty} \underbrace{-3 \cdot e^{-3^2}}_{dv} \sin \mu 3 \, d3$$

$$v = \frac{1}{2} e^{-3^2} \quad , \quad u = \sin \mu 3$$

$$\Rightarrow J'(\mu) = \frac{1}{2} e^{-3^2} \sin \mu 3 \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{1}{2} e^{-3^2} \mu \cos \mu 3 \, d3$$
$$\|$$
$$0$$

$$= -\frac{\mu}{2} \cdot J(\mu)$$

$$\frac{dJ}{J} = -\frac{\mu}{2} d\mu \Rightarrow J = c \, e^{-\frac{\mu^2}{4}}$$

$$J(0) = c \cdot e^0 \Rightarrow c = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$J(\mu) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{\mu^2}{4}} \quad , \quad \mu = 2\sqrt{t}$$

$$I_1 = 2 \sin x \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-t} \Rightarrow \boxed{I_1 = \sqrt{\pi} \sin x \, e^{-t}}$$

2 Shaban 1439

$$T_2 = \int_0^t 3\tau^2 \cdot d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\zeta^2} \cdot \left(\zeta = \frac{t-\tau}{2}\right) \cdot \frac{d\zeta}{2\sqrt{t-\zeta}}$$

$$\frac{\zeta - \varkappa}{2\sqrt{t-\tau}} = \zeta \quad , \quad \frac{d\zeta}{2\sqrt{t-\zeta}} = d\zeta$$

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\zeta^2} \, d\zeta = \sqrt{\pi}$$

$$\Rightarrow T_2 = 3\sqrt{\pi} \int_0^t t^2 \, dt = 3\sqrt{\pi} \, \frac{\tau^3}{3} \Big|_0^t = \sqrt{\pi} \, t^3$$

$$u(x,t) = \sin x \cdot e^{-t} + t \quad ))$$